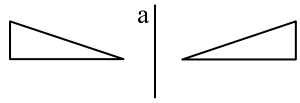
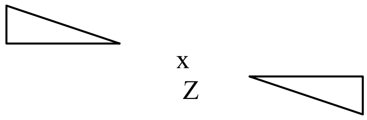
1. Symmetrie (vgl. auch Grundwissen 5. Klasse)

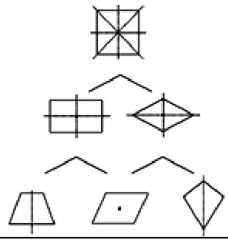
Achsensymmetrie
Zwei Figuren, die bezüglich einer Achse symmetrisch zueinander sind, nennt man achsensymmetrisch.



Punktsymmetrie
Zwei Figuren, die bei einer Halbdrehung um einen Punkt ineinander übergehen, nennt man punktsymmetrisch. Dieser Punkt heißt Zentrum.

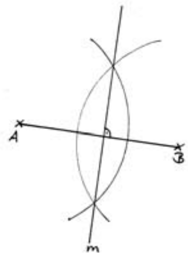


Symmetrie bei Vierecken
Quadrat: vier Symmetrieachsen, ein Symmetriezentrum
Rechteck: zwei Symmetrieachsen, ein Symmetriezentrum
Raute: zwei Symmetrieachsen, ein Symmetriezentrum
gleichschenkliges Trapez: eine Symmetrieachse
Parallelogramm: ein Symmetriezentrum
Drachenviereck: eine Symmetrieachse

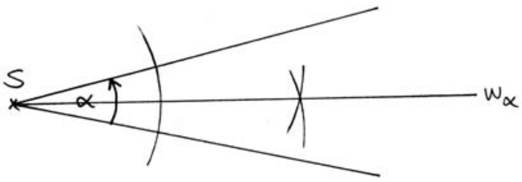


2. Grundkonstruktionen

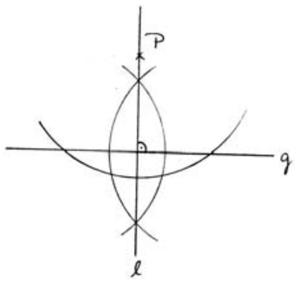
Mittelsenkrechte der Strecke [AB]
Zeichne um A und B jeweils einen Kreis mit Radius $r > \frac{1}{2}\overline{AB}$ (d.h. der Radius muss so gewählt werden, damit sich die Konstruktionskreise schneiden).
Die Verbindung der beiden Schnittpunkte dieser Kreislinien ist die Mittelsenkrechte m von [AB].



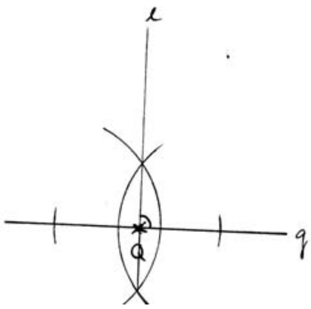
Winkelhalbierende
Zeichne einen Kreis mit beliebigem Radius um den Scheitel S des Winkels. Zeichne um beide entstehende Schnittpunkte jeweils einen Kreis mit demselben Radius. Wähle diesen Radius so groß, dass sich die Kreise schneiden. Die Verbindung des Scheitels mit dem zuletzt entstandenen Schnittpunkt ist die Winkelhalbierende w.



Lot fällen (d.h. das Lot zu einer Geraden g durch einen Punkt P, der nicht auf der Geraden liegt)
Zeichne einen Kreis um den Punkt P. Wähle den Radius so, dass dieser Kreis die Gerade schneidet. Zeichne um die beiden entstandenen Schnittpunkte jeweils einen Kreis mit demselben Radius. Wähle auch diesen Radius so, dass sich die Kreise schneiden. Die Verbindung der zuletzt entstandenen Schnittpunkte ist das Lot l.

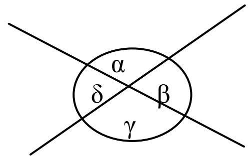


Lot errichten (d.h. das Lot zu einer Geraden durch einen Punkt Q, der auf der Geraden liegt.)
Zeichne einen Kreis mit beliebigem Radius um den Punkt Q auf der Geraden. Zeichne um die beiden entstanden Schnittpunkte jeweils einen Kreis mit demselben Radius. Wähle diesen Radius so, dass sich die Kreise schneiden. Die Verbindung der beiden zuletzt entstandenen Schnittpunkte ist das Lot.



3. Winkel (vgl. auch Grundwissen 5. Klasse)

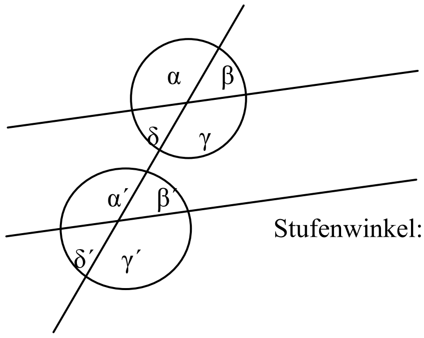
An einer einfachen Gradenkreuzung nennt man nebeneinanderliegende Winkel **Nebenwinkel** und gegenüberliegende Winkel **Scheitelwinkel.**
Es gilt: Nebenwinkel ergänzen sich zu 180° und Scheitelwinkel sind gleich groß.



Es gilt: $\left.\begin{aligned} \alpha + \beta &= 180° \\ \gamma + \delta &= 180° \end{aligned}\right\}$ Nebenwinkel

$\left.\begin{aligned} \alpha &= \gamma \\ \beta &= \delta \end{aligned}\right\}$ Scheitelwinkel

An einer Doppelkreuzung mit einem Parallelenpaar, gelten besondere Gesetzte für die Winkelpaare Stufenwinkel (F- Winkel) und Wechselwinkel (Z-Winkel)

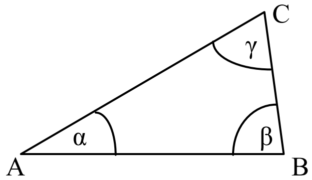


Es gilt: Stufenwinkel sind gleich groß
Wechselwinkel sind gleich groß

Stufenwinkel: $\alpha = \alpha'$
$\beta = \beta'$
$\gamma = \gamma'$
$\delta = \delta'$

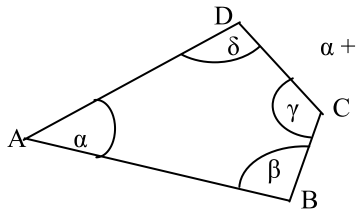
Wechselwinkel: $\delta = \beta'$
$\gamma = \alpha'$
$\alpha = \gamma'$
$\beta = \delta'$

Die **Innenwinkelsumme im Dreieck** beträgt 180 °.



$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Die **Innenwinkelsumme im Viereck** beträgt 360 °.



$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

4. Terme

Terme mit Variablen
Ein Term (Rechenausdruck) kann auch Variablen (Buchstaben) enthalten. Diese stehen als Platzhalter für Zahlen und Größen.

$T(x) = x^2 + 3x + 5$
$T(a) = 4a - 7$
$T(x, y) = 2x + 3y - 5xy$

Zum **Berechnen von Termwerten** setzt man für die Variablen Zahlen oder Größen ein. Dabei muss für dieselbe Variable (z. B. x) an jeder Stelle im Term dieselbe Zahl bzw. Größe eingesetzt werden. An die Stelle von verschiedenen Variablen (z. B. x und y) können auch verschiedene Zahlen bzw. Größen eingesetzt werden.

$x = 3$: $T(3) = 3^2 + 3 \cdot 3 + 5 = 23$
$a = -4$: $T(-4) = 4 \cdot (-4) - 7 = -23$
$x = 1, y = -5$: $T(1, -5) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-5) - 5 \cdot 1 \cdot (-5) = 12$

Äquivalente (gleichwertige) Terme
Haben zwei Terme immer (d. h. für jede mögliche Zahl bzw. Größe) denselben Termwert, so sind sie äquivalent.

$T(x) = 2x$ und $T(y) = y + y$ sind äquivalent, da bei jedem Einsetzen einer Zahl, bzw. Größe das Doppelte dieser Zahl bzw. Größe der Termwert ist.

Gleichartige Terme
Produkte, in denen die gleichen Variablen in der gleichen Potenz auftreten sind gleichartig.

5xy, 7xy, 8yx, 13xy, -0,5xy sind gleichartig
13xy, 5x sind nicht gleichartig

5. Termumformungen (vgl. Rechengesetze im Grundwissen der 5. Klasse)

Umformung von Produkten In Produkten können gleiche Faktoren zu einer Potenz zusammengefasst werden. $a \cdot b \cdot a \cdot b \cdot c = a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c = a^2 \cdot b^2 \cdot c$	$x^2 \cdot 5 \cdot xy \cdot 0{,}5 \cdot y^3 \cdot 3 \cdot 2y = 5 \cdot 0{,}5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^3 \cdot y = 15x^3y^5$
Vereinfachungen von Summen und Differenzen In Summen und Differenzen können nur gleichartige Terme addiert bzw. subtrahiert werden. $a + b + 2a + ab + 3b =$ $= a + 2a + b + 3b + ab = 3a + 4b + ab$	$3xy + 7x^2y – 5x + 12yx –0{,}5x = 15xy + 7x^2y –5{,}5x$ Anmerkung : 3xy und 12yx sind gleichartig wegen Kommutativgesetz -5x und 0,5x sind gleichartig 15xy , $7x^2y$ und 5,5x sind nicht gleichartig!(Endergebnis)
Auflösen von Klammern, Klammerregeln Wenn ein **Plus** direkt vor einer Klammer steht, so kann diese einfach weggelassen werden. $a + (b + c) = a + b + c$ Wenn ein **Minus** direkt vor einer Klammer steht, so lässt man die Klammer <u>und</u> das Minuszeichen vor der Klammer weg <u>und ändert alle Vorzeichen in der Klammer!</u> $a – (– b + c – d) = a + b – c + d$	$2a + (12b – a) = 2a + 12b – a = a + 12b$ $0{,}5x^2 + (2{,}5xy – 3x^2 + 4y) + (7x^2 + y) =$ $0{,}5x^2 + 2{,}5xy – 3x^2 + 4y + 7x^2 + y = 5{,}5x^2 +2{,}5xy +5y$ $u^2 – (3 u^2 – 5u) = u^2 – 3 u^2 + 5u = – 2u^2 + 5u$ $a – (– 2a +ab – 0{,}5a) = a + 2a – ab + 0{,}5a = 3{,}5a – ab$
Ausmultiplizieren von Klammern Wenn vor einer Klammer nicht nur ein Vorzeichen, sondern auch ein Faktor (Zahl oder Variable) steht, so kann dieser Term mit Hilfe des Distributivgesetzes ausmultipliziert werden. Die Klammerregeln müssen weiterhin beachtet werden. $a \cdot (b + c) = ab + ac$	$3x \cdot (x^2 + 5y) = 3x \cdot x^2 +3x \cdot 5y = 3x^3 + 15xy$ $– 0{,}25a (a + 2b) = – 0{,}25a^2 – 0{,}5ab$
Ausklammern (Umkehrung des Ausmultiplizierens) Die Umformung einer Summe oder Differenz mit Hilfe des Distributivgesetzes in ein Produkt heißt Ausklammern. Gemeinsame Faktoren der Termglieder einer Summe oder Differenz werden vor einer Klammer geschrieben. Auch hier müssen die Klammerregeln beachtet werden. $ab + ac = a \cdot (b + c)$	$12a + 6 ab – 8 a^2 = 2a \cdot (6 + 3b – 4a)$ $9x^2 y– 27 xy + 12xy^2 \begin{cases} = 3xy \cdot (3x – 9y + 4y) \\ \text{oder} \\ = – 3xy \cdot (–3x + 9y – 4y) \end{cases}$
Ausmultiplizieren von Summen Zwei Summen werden miteinander multipliziert, indem man jeden Summanden der ersten Klammer mit jedem Summanden der zweiten Klammer multipliziert. $(x + y + z) \cdot (a + b) = ax + bx + ay + by + az + bz$	$(2x + 3) \cdot (x – y) = 2x^2 – 2xy +3x – 3y$ $(– ab + b^2 – a) \cdot (a + b) = –a^2b – ab^2+ ab^2+ b^3 – a^2 – ab =$ $= –a^2b+ b^3 – a^2 – ab$

6. Gleichungen

Zwei Terme (mit mindestens einer Variable), die durch ein Gleichheitszeichen verbunden sind bilden eine <u>Gleichung</u>. Setzt man für eine Variable eine Zahl ein und erhält auf beiden Seiten der Gleichung denselben Wert, so ist diese Zahl die Lösung der Gleichung.	$\left.\begin{array}{l} 12x + 5 = 29 \\ 3a – 12 = 8 – 7a \end{array}\right\}$ sind Gleichungen Es gilt: $3 \cdot 2 – 12 = – 6$ (linke Seite) und $8 – 7 \cdot 2 = – 6$ (rechte Seite) a = 2 ist also Lösung der Gleichung $3a – 12 = 8 – 7a$
Äquivalenzumformungen Umformungen, die die Lösungsmenge einer Gleichung nicht verändern, heißen Äquivalenzumformungen. Dazu gehören: - Termumformungen jeweils auf den beiden Seiten der Gleichung - Addition und Subtraktion derselben Zahlen oder Terme auf beiden Seiten der Gleichung - Multiplikation oder Division auf beiden Seiten der Gleichung mit bzw. durch dieselben Zahlen ($\neq 0$)	$(3a – 4) \cdot 4a = 2a \cdot 6 a – 4$ $12a^2 – 16a = 12a^2 – 4 \quad \mid – 12 a^2$ $– 16a = – 4 \quad \mid : (– 16)$ $a = 0{,}25$

Aufstellen von Gleichungen

Beachte folgende Schritte:

- Wähle eine Variable für die unbekannte Größe
- Stelle eine Gleichung für das Problem auf
- Löse die Gleichung
- Überprüfe dein Ergebnis (Probe)
- Formuliere eine Antwort

Bsp.: Susi ist viermal so alt wie Paul. In zwei Jahren wird sie nur noch dreimal so alt sein, wie Paul dann ist.

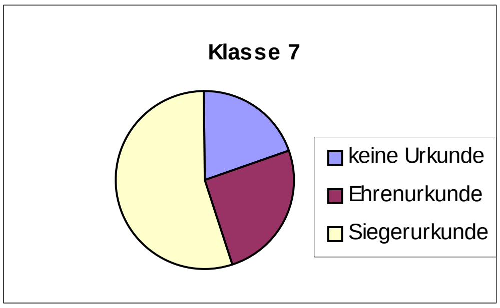
- die Variable x steht für Pauls Alter heute
- Gleichung (Situation in drei Jahren):

$$4x + 2 = 3\,(x + 2)$$
$$4x + 2 = 3x + 6$$
$$x = 4$$

- Probe: $4 \cdot 4 + 2 = 18$ und $3\,(4 + 2) = 18$
- Antwort: Paul ist heute 4 Jahre alt und Susi ist heute 16 Jahre alt.

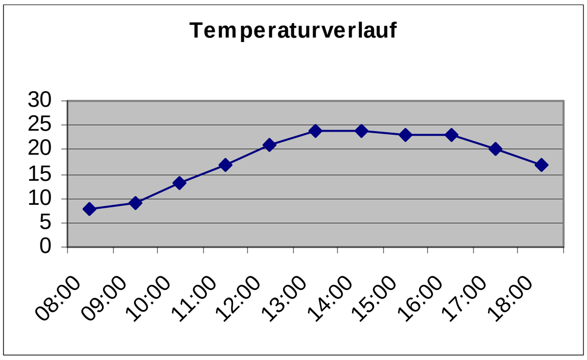
7. Daten, Diagramme, Prozentrechnung (vgl. auch Grundwissen 6. Klasse)

Kreisdiagramm
Dieses Diagramm zeigt Anteile am Ganzen.



Säulendiagramm (vgl Grundwissen Klasse 5)
Im Säulen – (vgl. Bsp.) oder Balkendiagramm können Werte direkt miteinander verglichen werden.

Punkt- oder Liniendiagramm
Man kann am Kurvenverlauf die Entwicklung von Werten ablesen (z. B. Temperaturverlauf über mehrere Stunden).



Mittelwert
Der Mittelwert von Zahlen ist das Ergebnis, wenn die Summe aller Zahlen durch die Anzahl der Zahlen dividiert wird.

Altersdurchschnitt in einer Familie:

Mama	Papa	1.Tochter	2. Tochter	Sohn
45	48	15	8	4

Ansatz: $(45+48+15+8+4) : 5 = 120 : 5 = 24$
Der Altersdurchschnitt beträgt also genau 24 Jahre.

Grundgleichung der Prozentrechnung
In der Prozentrechnung gilt folgende Gleichung:

Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert
oder
Grundwert = Prozentwert : Prozentsatz
oder
Prozentsatz = Prozentwert : Grundwert

je nachdem, welche Größe gesucht ist

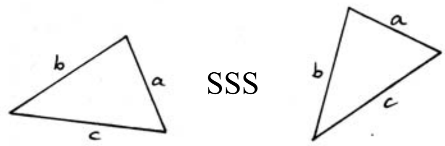
In einem Kleidungsgeschäft wird auf einen Pullover, der mit 50 Euro (Grundwert) ausgezeichnet ist an der Kasse 20 % (Prozentsatz) Rabatt gewährt.
Prozentwert = 50 Euro · 20 % = 10 Euro
Der Rabatt beträgt also 10 Euro, so dass der Pullover nur noch 40 Euro kostet.

8. Kongruenz

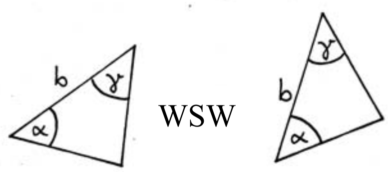
Zueinander kongruente Figuren F und G sind deckungsgleich.
Symbolische Schreibweise: $F \cong G$

Kongruenzsätze

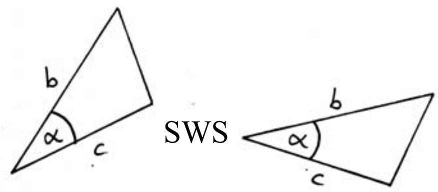
Zwei Dreiecke sind zueinander kongruent,
wenn sie in allen drei Seiten (SSS) übereinstimmen.



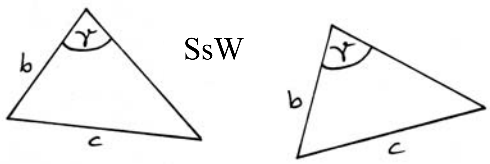
Zwei Dreiecke sind zueinander kongruent,
wenn sie in zwei Winkeln und der eingeschlossenen Seite dieser Winkel (WSW) übereinstimmen.



Zwei Dreiecke sind zueinander kongruent,
wenn sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel dieser Seiten (SWS) übereinstimmen.

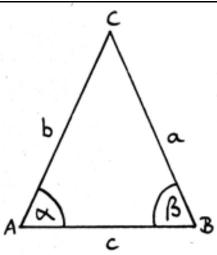


Zwei Dreiecke sind zueinander kongruent,
wenn sie in zwei Seiten und dem Gegenwinkel der größeren dieser beiden Seiten (SsW) übereinstimmen.



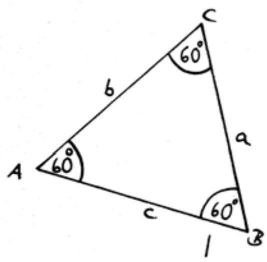
9. Dreiecke

Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten heißt **gleichschenkliges Dreieck.**
Die beiden gleich langen Seiten heißen **Schenkel**. Die Ecke zwischen den beiden gleich langen Seiten heißt **Spitze**. Die dritte Seite heißt **Basis**.
Die anliegenden Winkel der Basis sind gleich groß und heißen **Basiswinkel.**



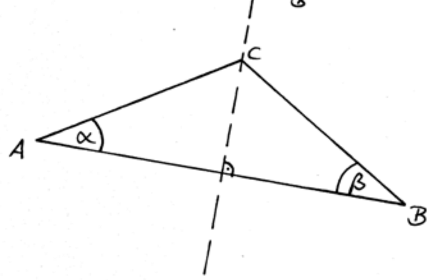
a und b sind die Schenkel
c ist die Basis
α und β sind die Basiswinkel

Sonderfall: gleichseitiges Dreieck
Sind alle drei Seiten in einem Dreieck gleich groß, so heißt das Dreieck gleichseitig.
Im gleichseitigen Dreieck sind alle Innenwinkel gleich groß ($\alpha = \beta = \gamma = 60°$, wegen der Innenwinkelsumme im Dreieck).

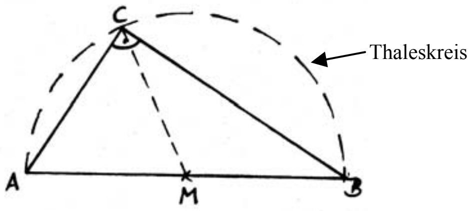


Satz vom gleichschenkligen Dreieck
Wenn eine der folgenden Eigenschaften erfüllt ist, so gelten für ein Dreieck auch die beiden anderen:

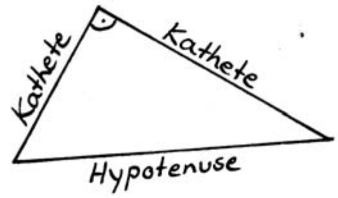
- das Dreieck ist gleichschenklig
- das Dreieck ist achsensymmetrisch
- das Dreieck hat zwei gleich große Winkel.



Satz des Thales
Ein Dreieck ABC hat bei C genau dann einen rechten Winkel, wenn C auf dem Halbkreis über der Strecke [AB] liegt.
(M ist der Mittelpunkt dieser Strecke und des Halbkreises. Der Radius des **Thaleskreises** ist die Länge der Strecke [MC].)

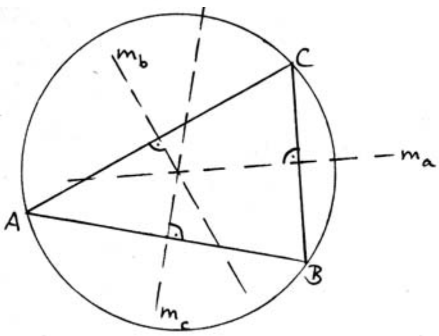


Bezeichnungen im rechtwinkligen Dreieck
Die Gegenseite des rechten Winkels heißt **Hypotenuse**.
Die beiden anliegenden Seiten des rechten Winkels heißen **Katheten**.



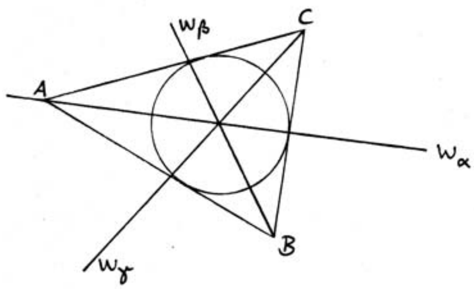
Satz von den Mittelsenkrechten im Dreieck
Die Mittelsenkrechten zu allen drei Seiten in einem Dreieck schneiden sich in genau einem Punkt.

Dieser Schnittpunkt ist von allen drei Eckpunkten gleich weit entfernt (da er der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten ist) und ist somit **Umkreismittelpunkt.**

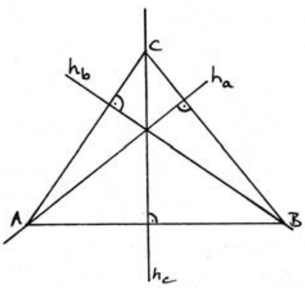


Satz von den Winkelhalbierenden im Dreieck
Die Winkelhalbierenden aller drei Innenwinkel in einem Dreieck schneiden sich in genau einem Punkt.

Dieser Schnittpunkt hat von allen Dreiecksseiten die gleiche Entfernung (da er der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden ist) und ist somit **Inkreismittelpunkt.**



Satz von den Höhen im Dreick
Die Lote zu jeder Dreiecksseite durch die jeweils gegenüberliegende Ecke heißen Höhe zu einer bestimmten Dreiecksseite.
Diese Lote schneiden sich in genau einem Punkt.



Satz von den Seitenhalbierenden im Dreieck
Die Gerade durch eine Ecke und den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite heißt Seitenhalbierende.
Die drei Seitenhalbierenden in einem Dreieck schneiden sich in genau einem Punkt.

Dieser Punkt ist der **Schwerpunkt** des Dreiecks.
(Stellt man ein Geodreieck in diesem Punkt auf eine Fingerspitze, so ist es im Gleichgewicht.)